

Durchmesser und Tiefe eines Mondkraters

Mit Hilfe eines Fotos sollen Durchmesser und Tiefe des Kraters Albategnius ($\varphi = -11,6^\circ$, $\lambda = +3,8^\circ$) bestimmt werden. Das Foto entstand am 6.12.2016 bei Halbmond gegen 19:00 Uhr. Verwendet wurde ein Newton-Spiegelteleskop von 1000 mm Brennweite, 200 mm Öffnung und eine Canon-Spiegelreflex-Kamera EOS 400D.

Da der Krater an diesem Tag nahe am Terminator lag, waren seine Konturen besonders deutlich. Durch die Nähe zum Mondäquator erscheint er auf dem Foto kreisrund. Daher kann auf die Berücksichtigung der perspektivischen Verkürzung verzichtet werden.

Zur Auswertung wird ein Kreis dem Bild des Mondes mit Hilfe eines Grafikprogramms (Paint) angepasst und dessen Durchmesser zu 791 Pixel ermittelt. Da der Mond einen Durchmesser von 3476 km hat, entspricht 1 Pixel 4,39 km. Mit diesem Maßstab kann man nun Größe des Mondkraters bestimmen. In gleicher Weise wird auch der Durchmesser des Kraters zu 31 Pixel gemessen. Durch die einfache Verhältnisgleichung erhält man das Ergebnis:

$$\frac{d_{Mond}}{D_{Mond}} = \frac{d_{Krater}}{D_{Krater}} \leftrightarrow D_{Krater} = \frac{D_{Mond}}{d_{Mond}} \cdot d_{Krater}, \quad d_{Krater} = \frac{3476 \text{ km}}{791 \text{ Px}} \cdot 31 \text{ Px} = 136 \text{ km}$$

Der gemessene Wert weicht nur um ca. 4% vom Literaturwert ab.

Die Krater in Deutschland wie das Nördlinger Ries bzw. Steinheimer Becken sind dagegen mit einem Durchmesser von 20-24 km bzw. 3.8 km sehr klein.

Liegen die Krater in einem größeren Abstand vom Ursprung des Koordinatensystems so erscheinen sie elliptisch verformt. Der Grund ist die perspektivische Verkürzung, die durch

folgende Gleichung berücksichtigt werden kann: $\frac{A}{D} = \cos \varphi \leftrightarrow D = \frac{A}{\cos \varphi}$

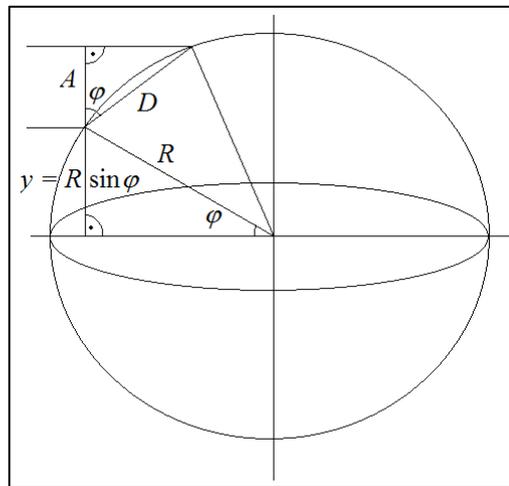
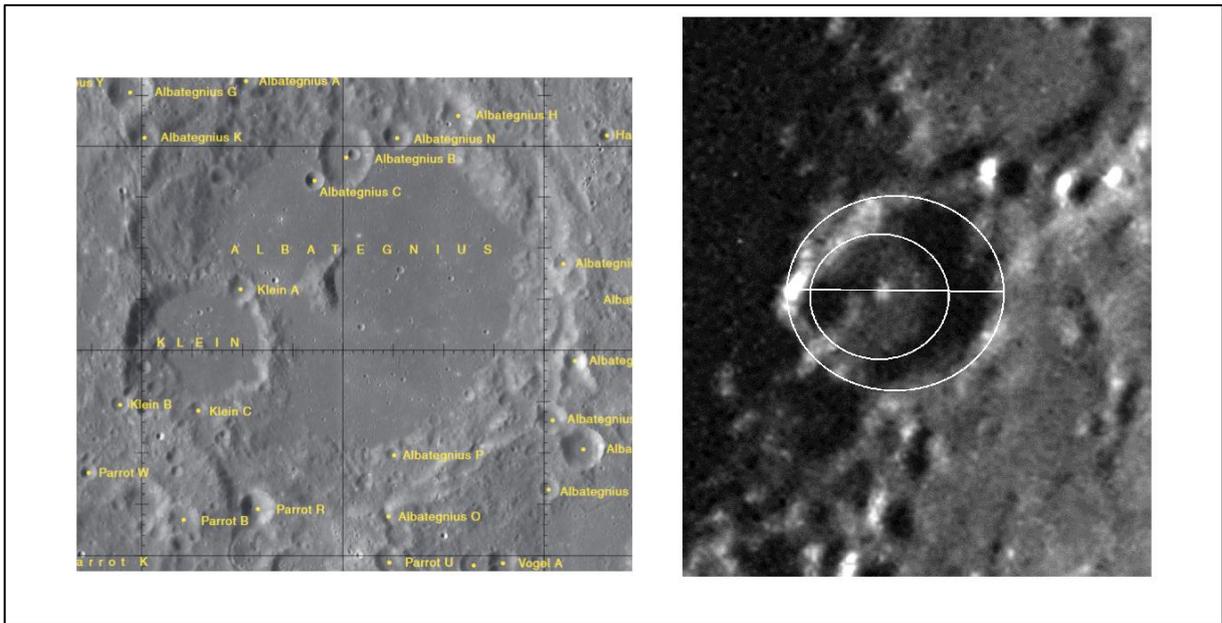


Abb. 1 Skizze zur perspektivischen Verkürzung

Die Messung der Tiefe des Kraters Albatagnius



([Moon Map - Equatorial region 45S to 45N - LPC1 - NASA - Mösting \(Mondkrater\) – Wikipedia](#))

Abb.2 Ausschnitt aus dem Mondbild der NASA und dem eigenen Foto mit dem Krater Albatagnius

Bei der Auswertung des Fotos wird die vereinfachende Annahme gemacht, dass das Koordinatensystem des Mondes (selenographische Koordinaten) seinen Ursprung in der Mitte der Mondscheibe hat und die Libration des Mondes unberücksichtigt bleibt. Weiter soll die Mondachse senkrecht auf der Ebene der Ekliptik stehen.

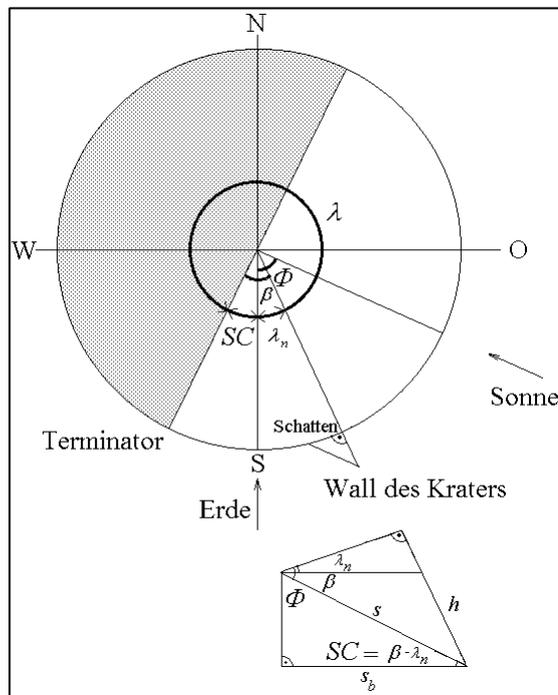


Abb. 3 Querschnitt durch den Mond senkrecht zur Achse. Das untere Dreieck ist eine Vergrößerung des kleinen auf dem Rand des Mondes und soll die wichtigen Größen zur Bestimmung der Kratertiefe kennzeichnen.

Die Größen in Abb. 3 haben folgende Bedeutung:

- λ_n : Normierte Selenographische Länge des Kraters
- λ : Selenographische Länge des Kraters (vom Mondmeridian aus gemessen)
- β : Winkel zwischen Terminator und Krater
- Φ : Phasenwinkel
- SC : Selenographische Colongitude (engl. Sun's Selenographic Colongitude, Abk. SSC)
- h : Höhe des Kraterwalls
- s : Wahre Schattenlänge
- s_b : Beobachtete Schattenlänge

λ_n ist die auf den Winkelbereich $[-180^\circ, +180^\circ]$ normierte Selenographische Länge.

SC ist der Winkel zwischen dem Koordinatenursprung der selenographischen Koordinaten und dem Punkt auf dem Mondäquator, an dem gerade die Sonne aufgeht. Der Winkel wird im Uhrzeigersinn positiv gezählt, wenn man von oben auf den Nordpol des Mondes schaut. Andere Winkel jedoch werden gegen den Uhrzeigersinn positiv gerechnet.

Beispiele: $\lambda = -90^\circ$ ist gleich $\lambda = 90^\circ$ W(est), $\lambda = +45^\circ$ ist gleich $\lambda = 45^\circ$ O(st).
 $\lambda = 225^\circ$ ist $\lambda_n = -135^\circ$ oder $\lambda_n = 135$ W.

Der Abb. 3 entnimmt man folgende Beziehung:

$$\beta = SC + \lambda_n$$

Mit Hilfe der rechtwinkligen Dreiecke gewinnt man:

$$\frac{s_b}{s} = \sin \Phi, \quad \frac{h}{s} = \sin \beta$$

Die Kombination beider Gleichungen liefert die Bestimmungsformel:

$$h = \frac{\sin \beta}{\sin \Phi} \cdot s_b$$

Das Foto wurde am 6.12.2016 gegen 19:00 Uhr gemacht. Aus dem Internet gewinnt man für den Phasenwinkel $\Phi = 98^\circ$ O und $SC = 1^\circ$ (www.stark-stolpen.de/tools/moon.html). Für die Koordinaten des Kraters Albategnius findet man bei www.wikipedia.de unter dem Stichwort „Albategnius“ $\varphi = -11,6^\circ$, $\lambda_n = +3,8$ und für den Durchmesser 131 km. Das Foto liefert einen Kraterdurchmesser von 183 Pixel. Damit entspricht 1 Pixel 0,716 km. Mit diesem Maßstab erhält man für die beobachtete Schattenlänge $s_b = 44$ km.

Für die Höhe des Kraterwalls h gilt dann:

$$h = \frac{\sin(1^\circ + 3,8^\circ)}{\sin 98^\circ} \cdot 44 \text{ km} = 3,7 \text{ km}. \text{ Der Literaturwert ist } 3,2 \text{ km. Das ergibt eine Abweichung}$$

von lediglich ca.14% und ist angesichts der einfachen Mittel und Vereinfachungen erstaunlich genau.

Besonders bemerkenswert sind die Dimensionen der Mondkrater. Der höchste deutsche Berg, die Zugspitze, mit einer Höhe von 2962 m würde in dem Krater Albategnius verschwinden, würde man ihn hinein pflanzen.

Auch mit einer noch einfacheren Näherung erreicht man ein brauchbares Ergebnis.

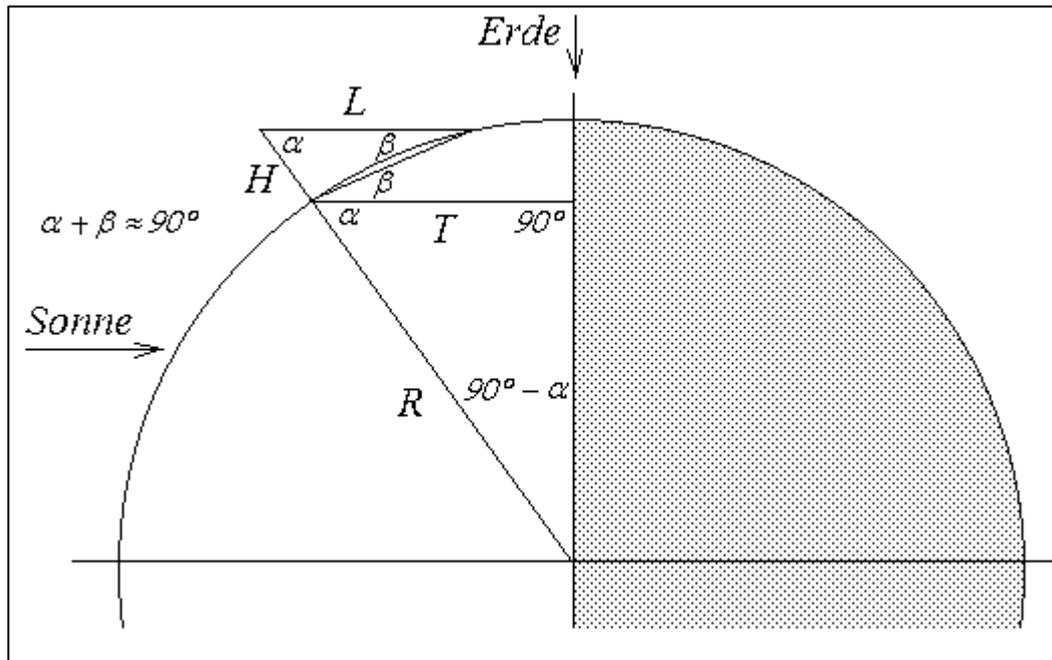


Abb. 4 Vereinfachte Bestimmung der Tiefe eines Kraters in der Nähe des Terminators bei Halbmond

T : Abstand Terminator-Krater
 L : Schattenlänge
 R : Radius des Mondes
 H : Höhe des Kraterwalles

Der Abb.4 entnimmt man das Verhältnis:

$$\frac{T}{R} = \frac{H}{L} \leftrightarrow H = \frac{T}{R} L$$

Entsprechend dem obigen Verfahren wird aus Abb. 5 der Durchmesser des Kraters und mit Hilfe des bekannten Durchmessers der Abbildungsmaßstab bestimmt.

Durchmesser Krater: 61 Pixel = 131 km \rightarrow 2,148 km/Px,

Abstand Terminator – Krater: 81 Px $\rightarrow T = 81 \text{ Px} \cdot 2,148 \frac{\text{km}}{\text{Px}} = 174 \text{ km}$,

Schattenlänge: 19 Px $\rightarrow L = 19 \text{ Px} \cdot 2,148 \frac{\text{km}}{\text{Px}} = 41 \text{ km}$,

Radius des Mondes: $R = 3476 \text{ km}$,

$H = \frac{T}{R} L = \frac{174}{3476} 41 \text{ km} = 2,1 \text{ km}$. Der Literaturwert lautet: 3,2 km. Trotz der groben Näherung

liegt der Wert nur um ca.34% Fehler daneben.

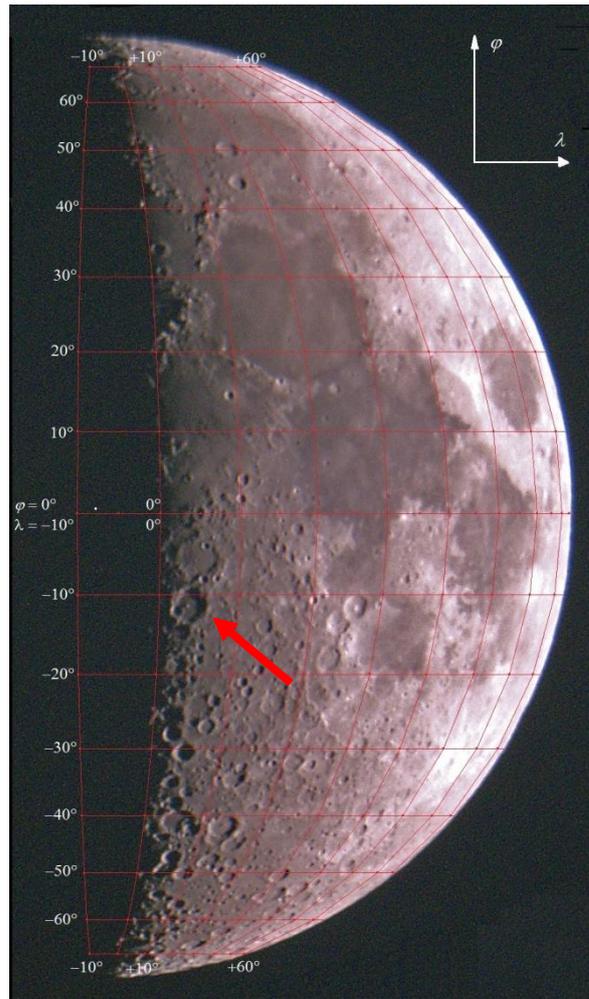


Abb.5 Mond mit dem Krater Albatengius und selenographischen Koordinaten

Dr. Reinhard Pieper